Universidad Simón Bolívar
Departamento de Computación y Tecnología de la Información
CI2511 - Lógica Simbólica
Septiembre-Diciembre 2008

Nombre: ______________________ Carnet: ______________________

Parcial III (30 pts)

Preg 1/10	Preg 2/6	Preg 3/7	Preg 4/7	TOTAL/30

1. Selección múltiple. 10 pts.

   (a) Considere la siguiente expresión.

   $$(\forall x \mid P(x) \ : \ (\forall y \mid S(`z`, y) \wedge (\exists y \mid: Q(x,z,y)) \ : \ (\exists x \mid: R(z,x)) \ ) \ )[z := y]$$

   ¿Cuáles de las siguientes expresiones corresponden a evaluar la substitición, más posibles aplicaciones de renombramiento de variable dummy?

   i. $(\forall x \mid P(x) \ : \ (\forall y \mid S(`y`, y) \wedge (\exists y \mid: Q(x,y,y)) \ : \ (\exists x \mid: R(z,x)) \ ) \ )$
   ii. $(\forall w \mid P(w) \ : \ (\forall y \mid S(`y`, y) \wedge (\exists y \mid: Q(w,y,y)) \ : \ (\exists w \mid: R(y,w)) \ ) \ )$
   iii. $(\forall x \mid P(x) \ : \ (\forall w \mid S(`z`, w) \wedge (\exists w \mid: Q(x,y,w)) \ : \ (\exists x \mid: R(y,x)) \ ) \ )$
   iv. $(\forall x \mid P(x) \ : \ (\forall y \mid S(`z`, y) \wedge (\exists w \mid: Q(x,y,w)) \ : \ (\exists x \mid: R(y,x)) \ ) \ )$
   v. $(\forall u \mid P(u) \ : \ (\forall w \mid S(`z`, w) \wedge (\exists w \mid: Q(x,y,w)) \ : \ (\exists u \mid: R(y,u)) \ ) \ )$
   vi. $(\forall u \mid P(u) \ : \ (\forall w \mid S(`z`, w) \wedge (\exists w \mid: Q(x,y,w)) \ : \ (\exists x \mid: R(y,x)) \ ) \ )$

   (b) Se desea aplicar el teorema de distributividad del $\wedge$ sobre $\exists$ en:

   $$P \wedge (\exists y \mid S(y) \wedge (\forall w \mid Q(w, `c`, w) : R(y,w)) : Q(y, `y`, y))$$

   ¿Cuáles de las siguientes expresiones pueden corresponder con P?.

   i. $S(`A`)$
   ii. $Q(`A`, y, `B`)$
   iii. $S(w)$
   iv. $(\exists x \mid: (\exists y \mid: Q(x,y,x)))$
   v. $(\exists y \mid: (\exists x \mid: Q(w,y,x)))$
   vi. $(\exists w \mid: (\exists x \mid: Q(w,y,x)))$
   vii. $(\exists w \mid R(y,w) : (\exists x \mid: Q(w,x,x)))$
   viii. $(\forall x \mid: (\exists y \mid: Q(x,y,x)))$
   ix. $(\forall y \mid: (\exists x \mid: Q(x,y,x)))$
   x. $(\forall w \mid: (\exists x \mid: Q(w,y,x)))$
   xi. $(\forall w \mid R(y,w) : (\exists x \mid: Q(w,x,x)))$

(c) Se desea aplicar el teorema de distributividad del $\vee$ sobre $\exists$ en:

$$P \vee (\exists y \mid S(y) \vee (\forall w \mid Q(w, `c`, w) : R(y, w)) : Q(y, `y`, y))$$

Elija *un* conjunto de las siguientes condiciones que sea *suficiente* para aplicar el teorema.

i. $\neg ocurreL(y, P)$
ii. $S(`A`)$
iii. $R(`L`, `C`)$
iv. $Q(w, y, z)$
v. $\neg ocurreL(x, P)$
vi. La cuantificación está definida.

(d) Se desea aplicar el teorema de intercambio de cuantificadores en:

$$(\exists x \mid P(`x`, x) \vee Q(x) : (\forall y \mid R(y, `c`) : S(x, y)))$$

Elija *un* conjunto de las siguientes condiciones que sea *suficiente* para aplicar el teorema.

i. $\neg ocurreL(x, Q(x))$
ii. $\neg ocurreL(x, P(`x`, x))$
iii. $\neg ocurreL(x, R(y, `c`))$
iv. $\neg ocurreL(x, S(x, y))$
v. $\neg ocurreL(y, Q(x))$
vi. $\neg ocurreL(y, P(`x`, x))$
vii. $\neg ocurreL(y, R(y, `c`))$
viii. $\neg ocurreL(y, S(x, y))$

(e) Dada la siguiente expresión:

$$(\forall w \mid U(w, `b`) \vee (U(w, `c`) \wedge U(w, `m`)) : (\exists y \mid: V(y, w)) \wedge (\exists y \mid: I(y, `c`)))$$

¿Cuáles teoremas se pueden aplicar directamente?:

i. Renombramiento de la variable de cuantificación w por la variable m (8.22)
ii. Axioma de Anidamiento (8.20).
iii. Axioma de separación de rango (8.18).
iv. Axioma de distributividad (8.15).
v. Intercambio de cuantificaciones (9.29) (con debilitamiento)
vi. Regla de un punto

2. Modele el siguiente enunciado haciendo uso de la Lógica de Predicados. Especifique el vocabulario a través de: dominios, constantes, símbolos relacionales y funcionales.
   (Valor 6 ptos.)

   A diario ocurren accidentes en Caracas. Siempre que hay un accidente, alguien cometió imprudencias. En consecuencia, cada día se cometen imprudencias.

3. Demuestre el teorema de monotonía de la cuantificación universal (9.12). (Valor 7 ptos.)

$$(\forall x \mid R(x) : P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow ((\forall x \mid R(x) : P(x)) \Rightarrow (\forall x \mid R(x) : Q(x)))$$

4. Dada la siguiente formalización de un argumento, demuestre que es un teorema (Valor 7 ptos.)

$$\begin{array}{ll}
\text{H0:} & \neg(\exists x \mid R(x, `b`) \vee Q(x) : \neg P(x)) \\
\text{H1:} & R(`a`, `b`) \\
\text{H2:} & (\forall x \mid x = `a` : S(x)) \\
\hline
\therefore & (\exists y \mid S(y) : P(y))
\end{array}$$